

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Навчально-науковий механічний інститут
Кафедра теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства



02-05-132M

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для самостійного вивчення дисципліни «Теорія механізмів і машин» на
тему: «Визначення динамічного моменту інерції маховика» для
здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-
професійними програмами «Механічна інженерія» і «Транспорт»
спеціальностей 133 «Галузеве машинобудування»,
274 «Автомобільний транспорт»
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-
методичною
радою з якості освіти ННМІ
Протокол № 3
від «27» жовтня 2020 р.

Рівне – 2020

Методичні вказівки для самостійного вивчення дисципліни «Теорія механізмів і машин» на тему: «Визначення динамічного моменту інерції маховика» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійними програмами «Механічна інженерія» і «Транспорт» спеціальностей 133 «Галузеве машинобудування», 274 «Автомобільний транспорт» денної та заочної форм навчання [Електронне видання] / Похильчук І. О. – Рівне : НУВГП, 2020. – 14 с.

Укладач: Похильчук І. О., кандидат технічних наук, ст. викладач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Відповідальний за випуск: Козяр М. М., доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Керівник групи забезпечення
спеціальності 133 «Галузеве
машинобудування»

Кравець С. В.

Керівник групи забезпечення
спеціальності 274 «Автомобільний
транспорт»

Марчук М. М.

© І. О. Похильчук, 2020
© Національний університет
водного господарства та
природокористування, 2020

ВСТУП

При проведенні кінематичного аналізу механізму приймалося, що закон руху ведучої ланки відомий і, якщо за ведучу ланку приймали кривошип, то його кутову швидкість вважали сталою.

У дійсності, закон руху ведучої ланки є функцією *зовнішніх сил*, що діють на ланки механізму і *мас рухомих ланок*. Тобто кутова швидкість кривошипа коливається, що призводить до виникнення додаткових динамічних навантажень у кінематичних парах механізму. Ці коливання знижують загальний коефіцієнт корисної дії машини і надійність її роботи. Крім того можуть погіршити робочий технологічний процес, який виконується механізмами машини, і в деяких випадках можуть викликати значні пружні коливання в ланках механізму, що є небажаним як з точки зору міцності цих ланок, так і з точки зору втрати потужності, яка затрачується на ці пружні коливання.

Для запобігання коливанням кутової швидкості кривошипа вирішують установкою додаткової, так званої *махової маси*. Таку масу конструктивно оформлюють у вигляді *маховика* (масивного суцільного диска або колеса з важким ободом), який закріплюють на осі ланки, що обертається.

Дані методичні вказівки дозволяють студентам денної та заочної форм навчання *знати* основні параметри та методи, які необхідні для запобігання коливанням кутової швидкості кривошипа та *уміти* самостійно визначати величину додаткової махової маси, яка б забезпечувала сталість кутової швидкості кривошипа.

Зміст методичних вказівок повністю відповідає ОКХ і ОПП 133 «Галузеве машинобудування» та 274 «Автомобільний транспорт».

1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Коливання швидкостей під час усталеного руху можуть досягти такої величини, що будуть неприпустимими з точки зору забезпечення належної роботи механізму чи машини. Тоді виникає питання про регулювання в заздалегідь заданих межах величини коливань кутової швидкості початкової ланки.

При усталеному русі механізму чи машини кутова швидкість ведучої ланки (*рис. 1*) періодично повторюється через час циклу t_u .

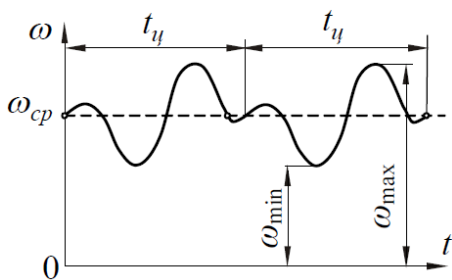


Рис.1. Кутова швидкість ведучої ланки

Середня кутова швидкість, яка при усталеному русі зберігається сталою, визначається як середня арифметична за час циклу:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}, \quad (1)$$

де ω_{max} і ω_{min} - максимальна і мінімальна кутова швидкість ведучої ланки.

Різниця між максимальною і мінімальною кутовою швидкістю на усталеному режимі руху називається *абсолютною нерівномірністю руху машини*:

$$\Delta\omega = \omega_{max} - \omega_{min}. \quad (2)$$

На практиці нерівномірність руху машини визначають відношенням абсолютної нерівномірності руху ведучої ланки до середньої кутової швидкості:

$$\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega_{cp}} = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}}. \quad (3)$$

Величину δ називають *коефіцієнтом нерівномірності руху машини*. Він характеризує амплітуду коливань кутової швидкості. Чим менше δ , тим відносно менша амплітуда коливань, тим спокійніше обертається ведуча ланка.

Із (1) та (3) можемо знайти значення максимальної та мінімальної кутових швидкостей для заданих δ і ω_{cp} :

$$\omega_{max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right), \quad \omega_{min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right). \quad (4)$$

2. ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОГО МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА

Для усталеного руху зведених динамічний момент інерції механізму сталий $I_{зв} = const$, тоді рівняння руху механізму в енергетичній формі матиме вигляд:

$$\frac{I_{зв} \omega_{max}^2}{2} - \frac{I_{зв} \omega_{min}^2}{2} = \Delta A_{max}, \quad (5)$$

де ΔA_{\max} - максимальна різниця між роботами зведених моментів сил рушійних і опору.

Рівняння (5) дозволяє з'ясувати, від яких параметрів залежить коефіцієнт нерівномірності руху δ .

Провівши перетворення (5) із врахуванням (1), остаточно отримуємо:

$$\frac{\Delta A_{\max}}{I_{36} \omega_{cp}^2} = \delta. \quad (6)$$

Із формули (6) витікає, що коефіцієнт нерівномірності руху δ тим менший, чим більший зведений динамічний момент інерції I_{36} і середня кутова швидкість ω_{cp} , та чим менша величина залишкової максимальної роботи ΔA_{\max} .

Оскільки кутова швидкість ω_{cp} і залишкова максимальна робота ΔA_{\max} визначаються технологічним процесом, що виконується, то потрібний коефіцієнт нерівномірності руху δ можна забезпечити змінивши величину зведеного динамічного моменту інерції I_{36} .

При заданому значенні δ зведений динамічний момент інерції I_{36} :

$$\frac{\Delta A_{\max}}{\delta \omega_{cp}^2} = I_{36}. \quad (7)$$

Установлена махова маса накопичує кінетичну енергію на ділянках циклу, коли зведений момент рушійних сил більший ніж зведений момент сил опору, тобто коли швидкість кривошипа зростає. На ділянках же циклу з зворотнім співвідношенням цих моментів, тобто коли швидкість кривошипу зменшується, махова маса віддає накопичену кінетичну енергію. Інакше кажучи, махова маса в механізмі (машині) виконує роль механічного *акумулятора кінетичної енергії*.

Таким чином, маховик використовують для обмеження амплітуди періодичних коливань кутової швидкості кривошипу в межах допустимої нерівномірності руху машини.

Розрахунок моменту інерції махових мас виявиться простим, коли можливо знехтувати впливом зміни кінетичної енергії рухомих ланок механізму на зведений момент інерції та прийняти, що увесь зведений динамічний момент інерції механізму зосереджений в маховику, тобто:

$$I_M = I_{36}. \quad (8)$$

Отже

$$I_{зв} = \frac{\Delta A_{\max}}{\delta \omega_{cp}^2}. \quad (9)$$

Отримана формула не враховує вплив на нерівномірність руху зміни зведеного динамічного моменту інерції механізму. Основним фактором, який впливає на коефіцієнт нерівномірності руху δ , в цьому випадку стає різниця робіт рушійний сил ΔA_{\max} . Таким чином, формула (9) дозволяє визначити динамічний момент інерції маховика для механізмів, у яких з поворотом кривошипа кінетична енергія рухомих ланок механізму мало змінюється.

3. ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОГО МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА МЕТОДОМ ВІТТЕНБАУЕРА

Для визначення залежності між коефіцієнтом нерівномірності, зведеним динамічним моментом інерції та кінетичною енергією зручно використовувати *метод енергомас* (метод Віттенбауера).

3.1. Побудова діаграм зведених моментів, робіт, зведених динамічних моментів інерції та кінетичної енергії механізму.

Будуємо діаграму моментів $M_{зв} = f(\varphi)$ приведених до ведучої ланки сил опору: корисного опору - F_{KO} ; сил тяжіння F_g (рис.2, а).

$$\vec{M}_{зв} = -\vec{M}_{зр}. \quad (10)$$

де $\vec{M}_{зр}$ – зрівноважувальний момент, визначений методом «важеля Жуковського».

Вибираємо масштаб моментів $\mu_M = \frac{M_{зв\max}}{Y_{\max}}$,

де Y_{\max} – найбільша ордината графіка, що відповідає найбільшому значенню зведеного моменту $M_{зв\max}$.

Визначаємо масштаб кутів повороту кривошипа $\mu_\varphi = \frac{2\pi}{L}$,

де L – абсциса діаграми, мм.

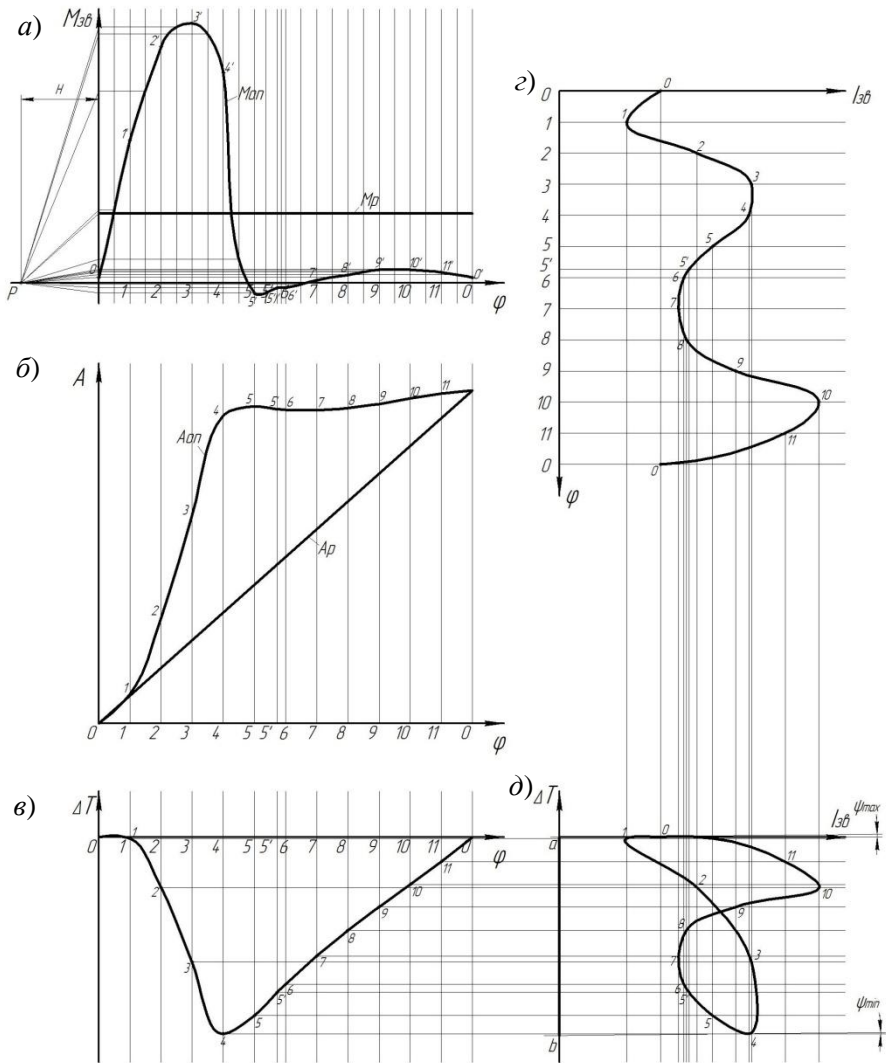


Рис.2. Метод Віттенбауера

a – діаграма зведених моментів; *б* – діаграми робіт; *в* – діаграми зміни кінетичної енергії; *г* – діаграма зведених динамічних моментів інерції; *д* – діаграма енергомас

Методом графічного інтегрування будуюмо діаграму робіт сил

опору і сил тяжіння $A = f(\varphi)$ (рис.2, б).

За цикл усталеного руху роботи сил опору і сил рушійних рівні $A_{on} = A_p$, тобто момент M_p сил рушійних постійний за величиною.

Визначаємо масштаб діаграми $A = f(\varphi)$: $\mu_A = \mu_{M_{36}} \mu_\varphi H$,

де H - полюсна відстань, мм.

Методом графічного диференціювання будуємо діаграму моментів M_p сил рушійних (рис.2, а).

Будуємо діаграму приросту кінетичної енергії $\Delta T = f(\varphi)$ (рис.2, в).

Приріст кінетичної енергії механізму ΔT дорівнює геометричній сумі сил рушійних A_p і сил опору A_{on}

$$\Delta T = A_p - A_{on}. \quad (11)$$

Визначаємо масштаб діаграми $\Delta T = f(\varphi)$: $\mu_{\Delta T} = k \mu_A$,

де k - коефіцієнт кратності.

3.2. Побудова діаграми енергомас.

Визначаємо зведений динамічний момент інерції механізму для кожного положення по формулі:

$$I_{36} = \sum_j^n \left[m_j \left(\frac{v_{Sj}}{\omega_1} \right)^2 + I_{Sj} \left(\frac{\omega_j}{\omega_1} \right)^2 \right], \quad (12)$$

де m_j – маса j -ої ланки, I_{Sj} – динамічний момент інерції j -ої ланки відносно осі, що проходить через центр мас, v_j – швидкість центра мас j -ої ланки, ω_j – кутова швидкість j -ої ланки, ω_1 – кутова швидкість ланки зведення.

Будуємо діаграму $I_{36} = f(\varphi)$ (рис.2, з) у масштабі $\mu_{I_{36}} = \frac{I_{36 \max}}{X_{\max}}$,

де X_{\max} – найбільша координата, що відповідає $I_{36 \max}$.

Будуємо діаграму енергомас $\Delta T = f(I_{36})$ (рис.2, д), використовуючи метод графічного вилучення параметра φ .

3.3. Визначення моменту інерції маховика.

Визначаємо кути, які відповідають екстремальним значенням кутових швидкостей ведучої ланки механізму.

$$\psi_{\max} = \arctg \left[\frac{\mu_{I_{36}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_1^2 (1 + \delta) \right], \quad \psi_{\min} = \arctg \left[\frac{\mu_{I_{36}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_1^2 (1 - \delta) \right] \quad (13)$$

де δ – коефіцієнт нерівномірності руху.

Проводимо до діаграми кривої $\Delta T = f(I_{36})$ дотичні: одну під кутом ψ_{\max} , другу під кутом ψ_{\min} .

Вимірюємо відрізок ab , точок перетину проведених дотичних із віссю ΔT .

Визначаємо момент інерції маховика

$$I_M = \frac{ab \cdot \mu_{\Delta T}}{\delta \cdot \omega_1^2}. \quad (14)$$

4. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ РОЗМІРІВ МАХОВИКА

Маховик, який встановлюється на одному із валів привода машини конструктивно оформлюють у вигляді суцільного диска або колеса з важким ободом.

За відомим моментом інерції I_M маховика можна визначити його розміри.

Момент інерції дискового маховика відносно його геометричної осі, яка збігається з віссю обертання, дорівнює:

$$I_M = \frac{1}{8} m D^2, \quad (15)$$

де m – маса маховика; D – діаметр маховика.

Виразимо масу маховика через об'єм та густину матеріалу, тоді

$$I_M = \frac{\pi D^4 b \rho}{32}, \quad (16)$$

де b – ширина ободу маховика; ρ – густина матеріалу маховика.

Маховик с важким ободом (рис.3) складається із масивного обода 1, який з'єднаний з маточиною 2 за допомогою спиць 3 (або тонким диском).

Основна маса (момент інерції) такого маховика зосереджена в ободі (близько 90%).

Матеріалом маховика при коловій швидкості обода 30-45 м/с використовують чавун, при коловій швидкості 70-120 м/с – сталь.

При визначенні діаметра маховика з важким ободом приймають, що вся маса маховика рівномірно розподілена по колу діаметром D .

Тоді момент інерції маховика визначиться за формулою:

$$I_M = \frac{mD^2}{4}, \quad (17)$$

Виразивши масу маховика через об'єм та густину матеріалу:

$$I_M = \frac{\pi b h \rho D^3}{4}. \quad (18)$$

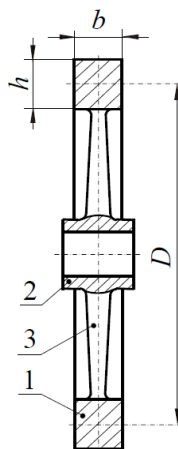


Рис.3 Маховик

5. ПРИКЛАД ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОГО МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИКА

Вихідними даними є зведені моменти, отримані методом «важеля Жуковського» (табл.1)

Таблиця 1

Значення зведених моментів та їх ординат на діаграмі

	Номер положення механізму, z												
	0	1	2	3	4	5	5'	6	7	8	9	10	11
$M_{зв}$ H_M	0,42	9,17	27,09	58,81	88,04	70,95	0,40	0,86	5,78	13,68	37,99	43,89	27,62
$Y_{Mзв}$ $ММ$	0,5	10	31	67	100	81	-0,5	-1	-7	15,5	43	50	31

На основі даних табл.1, згідно рекомендацій п.3.1 будуємо діаграми $M_{зв} = f(\varphi)$, $A = f(\varphi)$ та $\Delta T = f(\varphi)$ (рис.4).

Визначаємо масштабні коефіцієнти осей побудованих діаграм:

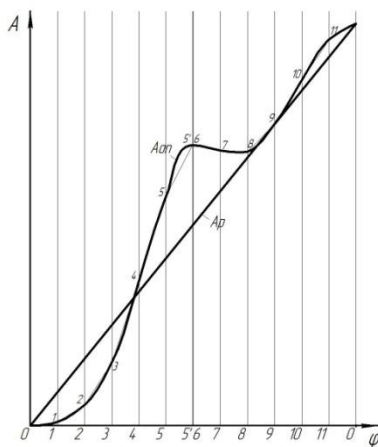
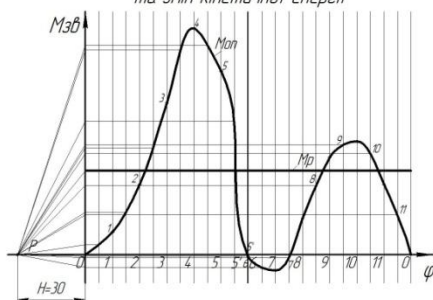
$$\mu_{M_{зв}} = \frac{M_{зв \max}}{Y_{\max}} = \frac{88,04}{100} = 0,8804 \frac{H_M}{ММ}$$

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{L} = \frac{2 \cdot 3,14}{144} = 0,0436 \frac{рад}{мм}$$

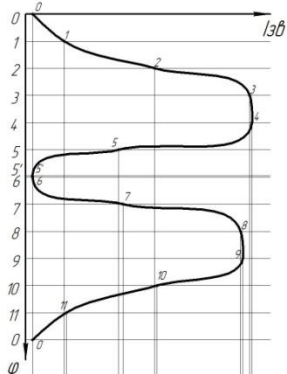
Примітка: масштабні коефіцієнти $\mu_{M_{зв}}$ та μ_{φ} визначаємо перед початком побудови діаграм.

Визначення динамічного моменту інерції маховика методом Віттенбауера

Діаграми зведених моментів, робіт та змін кінетичної енергії



Діаграми зведених динамічних моментів інерції та енергос



$$\mu_{Mдн} = 0,8804 \frac{H \cdot M}{MM}$$

$$\mu_A = 0,1152 \frac{H \cdot J}{MM}$$

$$\mu_{\Delta T} = 0,0576 \frac{H \cdot J}{MM}$$

$$\mu_{Iзб} = 0,0007 \frac{K \cdot M^2}{MM}$$

$$\mu_\varphi = 0,0436 \frac{H \cdot \varphi}{MM}$$

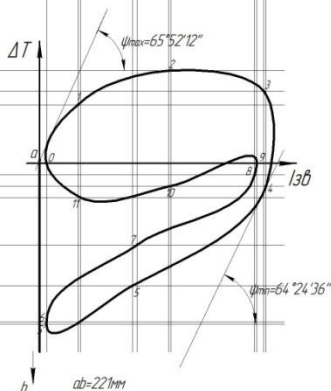
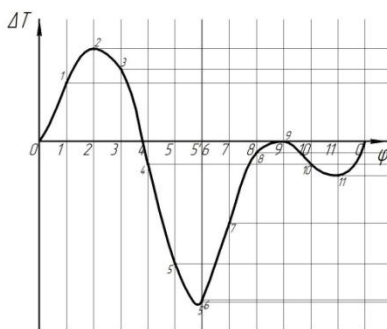


Рис.4. Приклад визначення динамічного моменту інерції маховика

$$\mu_A = \mu_{M_{36}} \mu_{\varphi} H = 0,8804 \cdot 0,0436 \cdot 30 = 0,1152 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}$$

$$\mu_{\Delta T} = \frac{\mu_A}{2} = 0,0576 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}$$

Примітка: масштабний коефіцієнт $\mu_{\Delta T}$ приймаємо вдвічі меншим від масштабного коефіцієнта μ_A тому, що значення по осі ΔT діаграми $\Delta T = f(\varphi)$ прийняли вдвічі більшими від осі A діаграми $A = f(\varphi)$.

За формулою (12) визначаємо зведений динамічний момент інерції механізму для всіх положень (табл.2).

Таблиця 2

Зведені динамічні моменти інерції механізму

	Номер положення механізму, z												
	0	1	2	3	4	5	5'	6	7	8	9	10	11
I_{36} $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,0019	0,0130	0,0422	0,0738	0,0744	0,0303	0,0019	0,0020	0,0318	0,0704	0,0716	0,0430	0,0134

Визначаємо масштабний коефіцієнт зведених динамічних моментів інерції механізму $\mu_{I_{36}}$ і будуємо діаграму $I_{36} = f(\varphi)$ повернутою на 90° (рис.4).

$$\mu_{I_{36}} = \frac{I_{36 \max}}{X_{\max}} = \frac{0,0744}{100} = 0,0007 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{мм}}$$

Проводимо побудову діаграми енергомас $\Delta T = f(I_{36})$ методом графічного вилучення параметра φ .

Визначаємо кути, які відповідають екстремальним значенням кутових швидкостей ведучої ланки механізму.

$$\begin{aligned} \psi_{\max} &= \arctg \left[\frac{\mu_{I_{36}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_1^2 (1 + \delta) \right] = \\ &= \arctg \left[\frac{0,0007}{2 \cdot 0,0576} \cdot 18,85^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{30} \right) \right] = 65,87^\circ = 65^\circ 52' 12'' \end{aligned}$$

$$\psi_{\min} = \arctg \left[\frac{\mu_{I_{36}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_1^2 (1 - \delta) \right] =$$

$$= \arctg \left[\frac{0,00072}{2 \cdot 0,0576} \cdot 18,85^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{30} \right) \right] = 64,41^\circ = 64^\circ 24' 36''$$

$\delta = 1/30$ – (задається у завданні).

Проведемо до кривої $\Delta T = f(I_{36})$ одну дотичну під кутом $\psi_{\max} = 65^\circ 52' 12''$, а другу під кутом $\psi_{\min} = 64^\circ 24' 36''$.

Вимірюємо відрізок ab , точок перетину проведених дотичних із віссю ΔT , мм.

Визначаємо момент інерції маховика

$$I_m = \frac{ab \cdot \mu_{\Delta T}}{\delta \cdot \omega_1^2} = \frac{221 \cdot 0,0576}{1/30 \cdot 18,85^2} = 1,07 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Із конструктивних умов приймаємо значення радіуса маховика $R = 300 \text{ мм}$.

Визначаємо масу маховика

$$m = \frac{I_m}{1,1 \cdot R^2} = \frac{1,07}{1,1 \cdot 0,3^2} = 10,9 \text{ кг}$$

Визначаємо місце установки маховика і визначаємо його геометричні параметри.

Так як маса маховика не перевищує 500 кг, то маховик встановлюємо на I ланці механізму.

Визначаємо ширину обода

$$b = \frac{2I_m}{\pi \rho R^4} = \frac{2 \cdot 1,07}{3,14 \cdot 7850 \cdot 0,3^4} = 0,011 \text{ м}$$

$$\rho = 7850 \text{ кг} / \text{м}^3.$$

Література

1. Артоблевский И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов. Москва : Наука, 1988. 640 с.
2. Турбин Б. И., Карлин В. Д. Теория механизмов и машин. Москва : Высш. шк., 1968. 366 с.
3. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач : навч. посібн. / Бабенко Є. М., Корнієнко А. О., Башта О. В., Крижановський А. С. Київ : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2010. 120 с.
4. Основи теорії механізмів і машин. Курс лекцій : підручник / Бурлака В. В., Кучеренко С. І., Мазоренко Д. І., Тищенко Л. М. Харків, 2009. 340 с.: іл. 161 с.

З М І С Т

Вступ.....	3
1. Загальні відомості.....	3
2. Визначення динамічного моменту інерції маховика.....	4
3. Визначення динамічного моменту інерції маховика методом Віттенбауера.....	6
4. Визначення основних розмірів маховика.....	9
5. Приклад визначення динамічного моменту інерції маховика.....	10
Література.....	14